

Sieci przyczynowości Grangera dla rynku walutowego



Joanna Landmesser-Rusek

*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
w Warszawie*



IV Kongres Statystyki Polskiej
2-4 lipca 2024 r., Warszawa

CEL BADANIA

Celem było wykorzystanie koncepcji **przyczynowości Grangera** dla szeregów czasowych (Granger, 1969, 1980) do zbadania dynamicznej propagacji szoków w systemie walutowym. Budowane będą sieci walutowe uwzględniające nie tylko **siłę powiązań** pomiędzy parami walut, ale także **kierunkowość** tych relacji.

Granger, C.W.J. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods, *Econometrica*, 37, 424-438.

Granger, C.W.J. (1980). Testing for causality: A personal viewpoint, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, 329-352.

Sieci przyczynowości Grangera są powszechnym narzędziem w mapowaniu ludzkiego mózgu (Bullmore i Sporns (2009)), ale są też wykorzystywane w literaturze finansowej, np. w pracach Billio i in. (2011), Vyrost i in. (2015), Park i in. (2020), Jiang i in. (2022).

Bullmore, E., Sporns, O. (2009). Complex brain networks: graph theoretical analysis of structural and functional systems, *Nature Reviews Neuroscience*, 10, 186-198.

Billio, M., Getmansky, M., Lo, A.W., Pelizzon, L. (2012). Econometric measures of connectedness and systemic risk in the finance and insurance sectors, *Journal of Financial Economics*, 104(3), 535-559.

Výrost, T., Lyócsa, Š., Baumöhl, E. (2015). Granger causality stock market networks: Temporal proximity and preferential attachment, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 427(C), 262-276.

Park, J.H., Chang, W., Song, J.W. (2020). Link prediction in the Granger causality network of the global currency market, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 553, 124668.

Jiang, Z., Arreola Hernandez, J., McIver, R.P., Yoon, S.-M. (2022). Nonlinear Dependence and Spillovers between Currency Markets and Global Economic Variables, *Systems*, 10, 80.

DANE WYKORZYSTANE W BADANIU

Analizę przeprowadzono na podstawie szeregów czasowych kursów walutowych z okresu 1.01.2020 – 31.12.2023.

Dla całego okresu jak i dla 100-dniowych podprób kroczących budowano sieci różnymi metodami. Następnie analizie poddawano charakterystyki topologiczne uzyskanych grafów.

Dane dzienne dla **kursów wymiany 15 walut** względem dolara nowozelandzkiego (X/NZD) pozyskano ze strony <https://stooq.pl/> i dotyczyły następujących walut:

CAD	dolar kanadyjski	KRW	won południowokoreański
CHF	frank szwajcarski	NOK	korona norweska
CNY	yuan chiński	PLN	złoty polski
EUR	euro	RUB	rubel rosyjski
GBP	funt szterling	SEK	korona szwedzka
HKD	dolar hongkoński	SGD	dolar singapurski
ILS	nowy szekel izraelski	USD	dolar amerykański
JPY	jen japoński		

Dla szeregów obliczono stopy zwrotu zgodnie ze wzorem:

$$R(t) = \log \left(\frac{P(t+1)}{P(t)} \right) = \log P(t+1) - \log P(t)$$

METODA ANALIZY - 1

PRZYCZYNOWOŚĆ W SENSIE GRANGERA

Def.: Zmienna X jest przyczyną Y w sensie Grangera, jeżeli bieżące wartości Y można prognozować z większą dokładnością przy użyciu przeszłych wartości X niż bez ich wykorzystania, przy nie zmienionej pozostałej informacji.

W teście liniowym przyczynowości Grangera par zmiennych szacujemy równania modelu VAR o jednakowej liczbie opóźnień dla obu zmiennych, k , i stosujemy test łącznej istotności opóźnień danej zmiennej w równaniu objaśniającym drugą zmienną:

$$y_t = \alpha_{10} + \sum_{j=1}^k \alpha_{1j} y_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{1j} x_{t-j} + \varepsilon_{1t}$$
$$x_t = \alpha_{20} + \sum_{j=1}^k \alpha_{2j} x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{2j} y_{t-j} + \varepsilon_{2t}$$

$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k} = 0$ oznacza brak zależności przyczynowej w sensie Grangera od X do Y (X nie jest przyczyną Y).

$H_0: \beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{2k} = 0$ oznacza brak zależności przyczynowej w sensie Grangera od Y do X (Y nie jest przyczyną X).

Wrapper w R: HDGC_VAR_all_I0 (Granger Causality Network in High Dimensional Stationary VARs). Szeregi I(0). Przyjęto $k=1$.

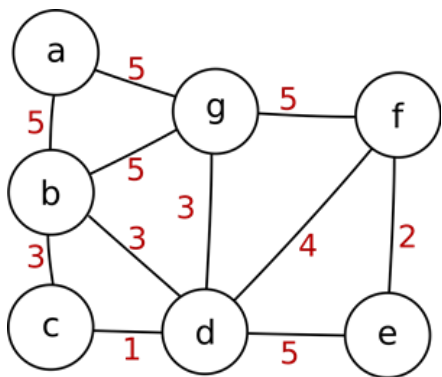
METODA ANALIZY - 2

GRAFY

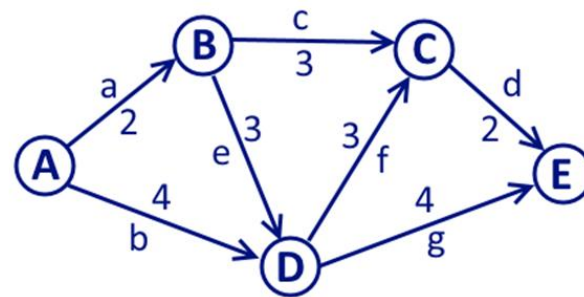
Graf nieskierowany to uporządkowana para $G = (V, E)$, gdzie V jest zbiorem wierzchołków (ang. *vertices*), a E jest zbiorem krawędzi (ang. *edges*), które są dwuelementowymi podzbiórami V : $E \subseteq \{\{u, v\} : u, v \in V\}$.

Graf skierowany to uporządkowana para $G = (V, A)$, gdzie V jest zbiorem wierzchołków, a A jest zbiorem uporządkowanych par nazywanych krawędziami skierowanymi (ang. *arcs*), które są dwuelementowymi podzbiórami V , przy czym krawędź $\{a, b\}$ rozumiana jest jako skierowana z wierzchołka a do b .

Graf ważony to graf, w którym każdej krawędzi przypisano wagę będącą pewną liczbą (najczęściej nieujemną): $G = (V, E, w)$, gdzie $w: E \rightarrow R$.



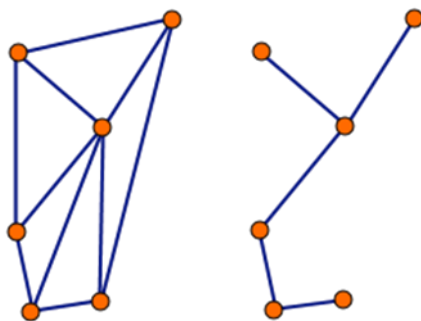
Rys. Przykładowy graf ważony.



Rys. Przykładowy graf skierowany z wagami.

Drzewo to taki graf, który jest spójny i acykliczny, tj. istnieje ścieżka pomiędzy dowolnymi dwoma wierzchołkami i jest to jedyna możliwa droga pomiędzy nimi.

Minimalne drzewo rozpinające (ang. *minimum spanning tree*, **MST**) dla ważonego, nieskierowanego grafu $G = (V, E, w)$ to drzewo rozpinające (zawierające wszystkie wierzchołki ze zbioru V), dla którego suma wag wszystkich krawędzi jest minimalna (drzewo rozpinające o minimalnym koszcie).

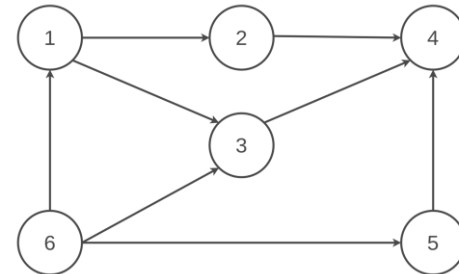


Rys. Przykładowy graf i jego drzewo rozpinające.

Do znajdowania MST służą algorytmy **Prima** i **Kruskala**. W oparciu o topologię sieci można zbudować **hierarchiczną strukturę** stosując w tym celu metodę **Girvana-Newmana**, wykorzystującą tzw. krawędziowe pośrednictwo. W algorytmie usuwa się krawędzie między grupami o większej zazwyczaj wartości pośrednictwa.

Mając **graf skierowany** $G = (V, A)$, chcemy znaleźć minimalne drzewo rozpinające. Jednak w MST wszystkie wierzchołki powinny być połączone, a w grafie skierowanym nie każdy węzeł jest osiągalny z każdego innego węzła.

Na Rys. z węzła 4 nie można osiągnąć żadnego węzła. Grafy skierowane nie spełniają wymagania, aby wszystkie wierzchołki były połączone.



Odpowiednikiem minimalnego drzewa rozpinającego na grafie skierowanym jest **optymalne rozgałęzienie** (ang. *optimum branching*) lub inaczej **drzewostan o minimalnym koszcie** (ang. *spanning arborescence of minimum weight, MSA*).

Drzewostan grafu G jest skierowanym drzewem G , które zawiera ukierunkowaną ścieżkę od określonego węzła r do każdego węzła podzbioru V' zbioru $V \setminus \{r\}$. Węzeł r nazywany jest korzeniem drzewostanu.



Rys. Graf skierowany i przykładowy jego drzewostan.

Algorytmem dla znajdowania MSA jest algorytm **Chu-Liu / Edmondsa** (Chu i Liu (1965), Edmonds (1967)).

METODY ANALIZY - 3

CHARAKTERYSTYKI TOPOLOGICZNE DRZEW

Dla całego grafu:

density - stosunek liczby krawędzi do największej możliwej liczby krawędzi

mean_distance (apl) - średnia odległość między wszystkimi parami węzłów w grafie

diameter - długość najdłuższej najkrótszej ścieżki między dwoma węzłami

centr_degree - wskaźnik centralizacji grafu dotyczący liczby powiązań, które mają węzły; im wyższy tym wyższe ryzyko, że węzły przechwycą wszystko co przepływa przez sieć

Dla węzłów:

in-degree - stopień wejściowy wierzchołka, czyli liczba krawędzi wchodzących do wierzchołka

out-degree - stopień wyjściowy wierzchołka, czyli liczba krawędzi wychodzących z wierzchołka

Packages w R: igraph (mst), optrees (msArborEdmonds).

WYNIKI EMPIRYCZNE

Test przyczynowości **Grangera** prowadzi bezpośrednio do konstrukcji **grafu skierowanego**.

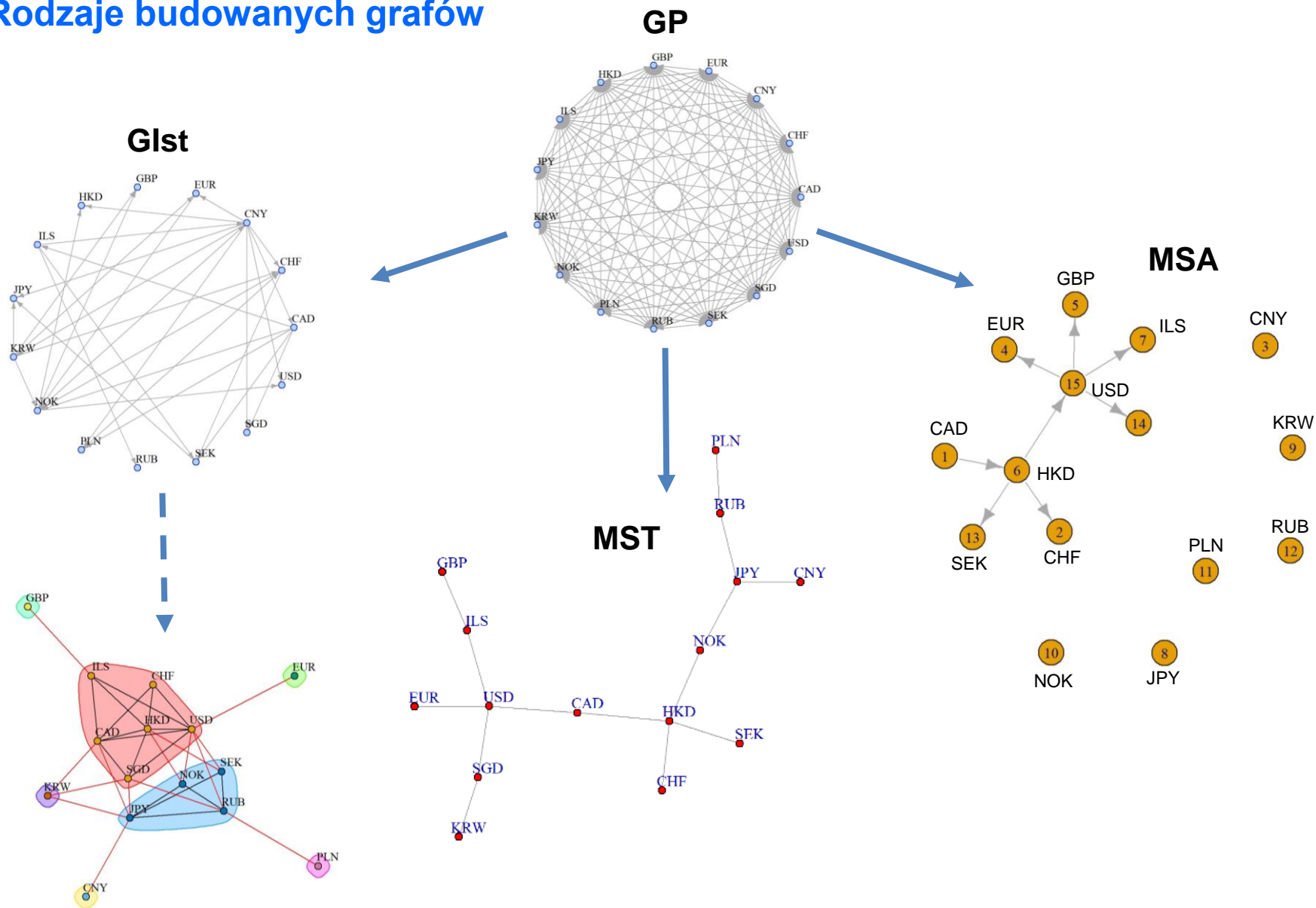
W budowanych grafach *wierzchołki* stanowią *waluty*, zaś *wagi krawędzi* to wartości *p-value* z testu przyczynowości dla walut.

Tablica przedstawia wartości p-value będące podstawą konstrukcji grafu pełnego (**GP**) dla całego okresu (w rzeczywistości zbudowano 99 takich grafów metodą *rolling window*):

		to														
		CAD	CHF	CNY	EUR	GBP	HKD	ILS	JPY	KRW	NOK	PLN	RUB	SEK	SGD	USD
from	CAD	0	0,372	0,232	0,317	0,431	0,049	0,041	0,014	0,014	0,118	0,221	0,501	0,595	0,042	0,054
	CHF	0,034	0	0,731	0,390	0,907	0,516	0,340	0,191	0,360	0,086	0,438	0,063	0,502	0,335	0,511
	CNY	0,450	0,344	0	0,817	0,982	0,134	0,806	0,290	0,528	0,620	0,746	0,084	0,823	0,705	0,196
	EUR	0,321	0,215	0,182	0	0,321	0,342	0,990	0,464	0,961	0,867	0,090	0,810	0,851	0,602	0,367
	GBP	0,238	0,327	0,112	0,333	0	0,172	0,040	0,147	0,505	0,685	0,651	0,746	0,376	0,125	0,228
	HKD	0,000	0,015	0,154	0,051	0,124	0	0,019	0,180	0,255	0,007	0,199	0,056	0,001	0,014	0,017
	ILS	0,808	0,731	0,931	0,329	0,924	0,767	0	0,716	0,177	0,237	0,252	0,719	0,366	0,559	0,861
	JPY	0,047	0,160	0,007	0,103	0,604	0,408	0,258	0	0,046	0,001	0,131	0,016	0,034	0,022	0,373
	KRW	0,458	0,542	0,098	0,212	0,117	0,601	0,188	0,268	0	0,196	0,180	0,559	0,306	0,879	0,661
	NOK	0,461	0,992	0,160	0,761	0,098	0,105	0,218	0,464	0,465	0	0,406	0,041	0,452	0,151	0,109
	PLN	0,229	0,412	0,471	0,062	0,921	0,760	0,471	0,964	0,611	0,352	0	0,000	0,120	0,788	0,806
	RUB	0,747	0,802	0,952	0,800	0,631	0,881	0,783	0,314	0,877	0,806	0,812	0	0,091	0,831	0,942
	SEK	0,780	0,871	0,599	0,665	0,405	0,574	0,809	0,890	0,279	0,885	0,183	0,035	0	0,528	0,507
	SGD	0,380	0,542	0,180	0,390	0,344	0,800	0,054	0,091	0,002	0,371	0,135	0,018	0,885	0	0,754
	USD	0,000	0,023	0,202	0,045	0,087	0,014	0,017	0,167	0,750	0,019	0,179	0,032	0,001	0,010	0

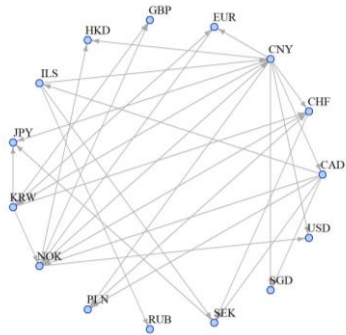
Grafy pełne **GP** w dalszym etapie analizy były zredukowane do grafów **G_{1st}**, w których wagi krawędzi spełniają warunek $p\text{-value} < 0,05$ (odrzućenie H_0 o braku przyczynowości w teście Grangera).

Rodzaje budowanych grafów



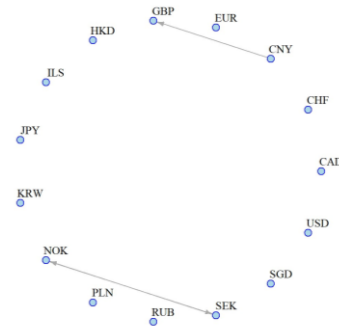
Grafy z istotnymi krawędziami (Glst) w wybranych podokresach

I-V.2020



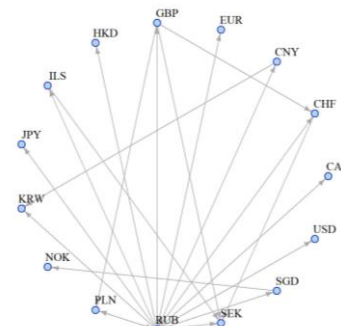
wybuch pandemii COVID-19,
lockdowny, spadek PKB

VIII-XII.2020



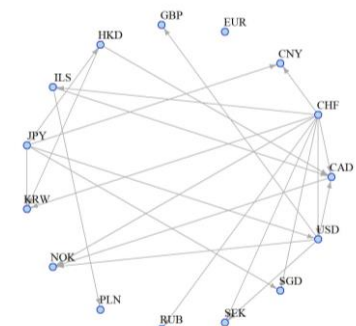
14.XI. wybory w USA,
szczepionka na COVID-19

II-VI.2021



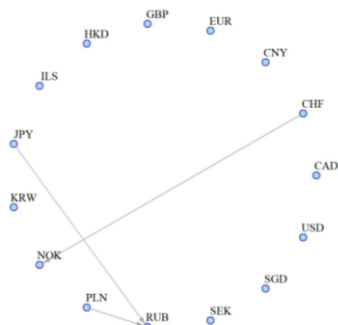
transfery socjalne,
dodruk pieniądza

VII-XI.2021



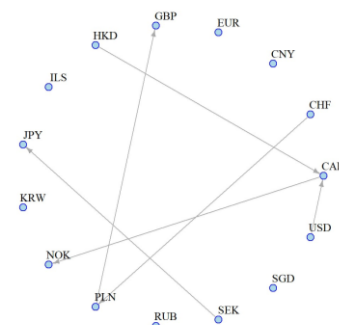
inflacja, hossa surowcowa,
silny dolar

XI.2021-III.2022



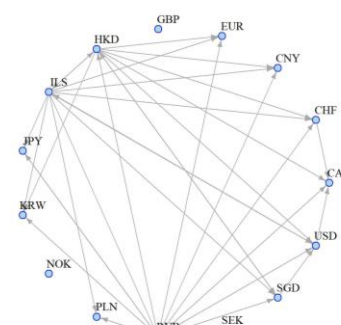
24.II. inwazja Rosji na Ukrainę,
kryzys energetyczny

VIII-XII.2022



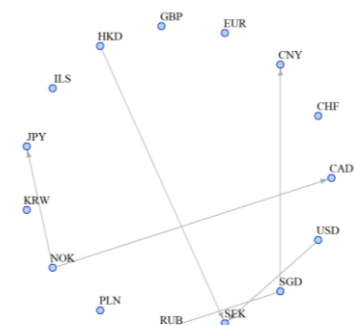
bessa na giełdach,
inflacja

XI.2022-III.2023



hossa na giełdach

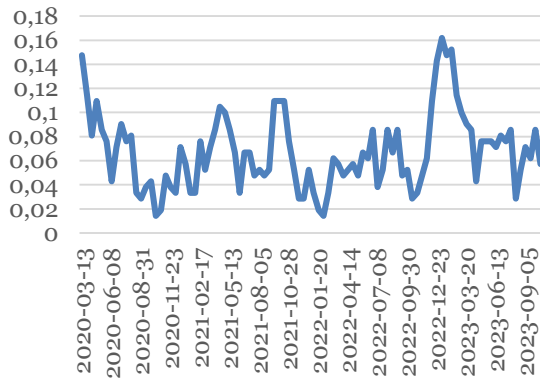
VI-X.2023



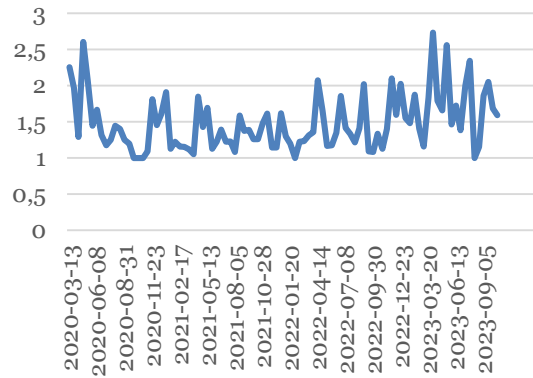
dezinflacja,
szczyt wysokich stóp % w USA,
spadek podaży pieniądza

Wybrane charakterystyki grafów z istotnymi krawędziami (GIst)

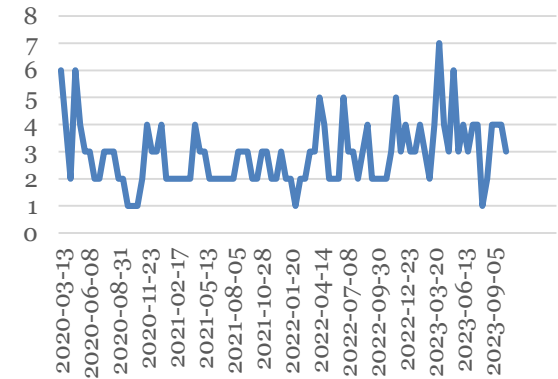
density_GIst



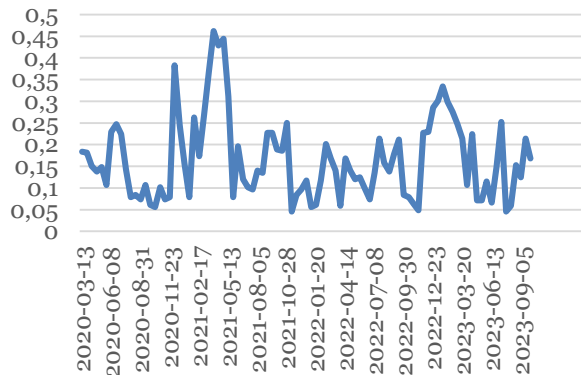
mean_distance_GIst



diameter_GIst



centr_degree_GIst



Correlation coef.	density	mean_distance	diameter	centr_degree
density	1,00			
mean_distance	0,44	1,00		
diameter	0,45	0,95	1,00	
centr_degree	0,66	0,14	0,14	1,00

Glst – wejściowe i wyjściowe stopnie wierzchołków

	in degree			out degree		
	mean	SD	trend	mean	SD	trend
CAD	1,20	1,23	0,012**	0,85	1,26	-0,012**
CHF	0,66	0,78	-0,001	1,21	1,88	-0,001
CNY	1,06	1,11	0,009**	0,97	1,60	-0,019***
EUR	0,56	0,77	0,001	0,81	1,29	0,003
GBP	0,86	0,85	-0,012***	0,63	1,17	0,007
HKD	0,89	0,86	0,004	1,20	1,86	0,009
ILS	0,57	0,75	-0,007**	1,19	2,52	0,027***
JPY	1,03	0,87	0,007**	0,79	1,33	0,004
KRW	1,10	1,15	0,010**	0,86	1,46	-0,002
NOK	1,45	1,36	-0,012**	0,45	0,86	-0,003
PLN	0,78	0,82	0,000	0,35	0,60	0,001
RUB	1,12	1,29	0,003	1,77	3,45	-0,009
SEK	1,06	1,10	0,005	0,65	0,97	0,006*
SGD	0,85	0,92	0,005	1,26	1,61	0,027***
USD	0,94	0,96	0,007*	1,16	1,71	-0,006

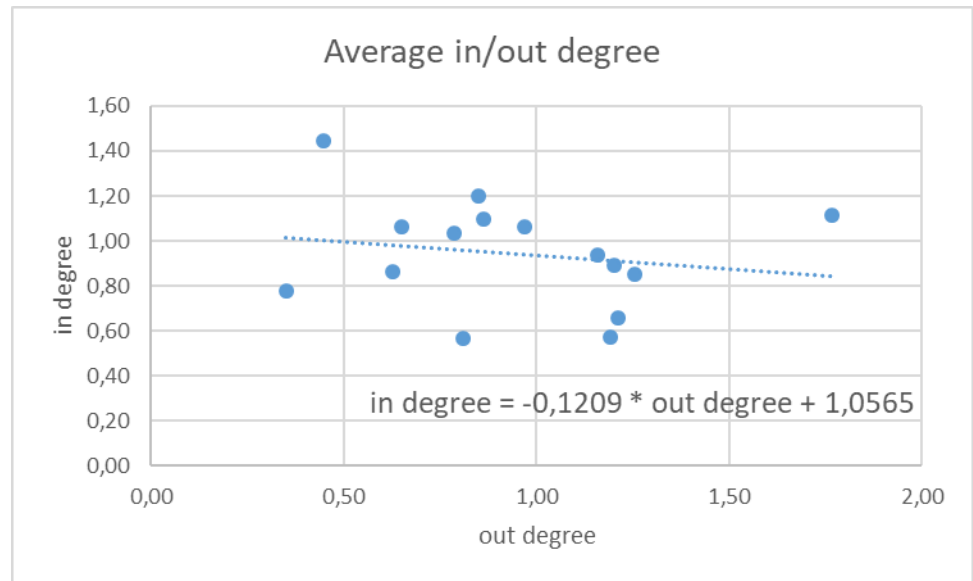
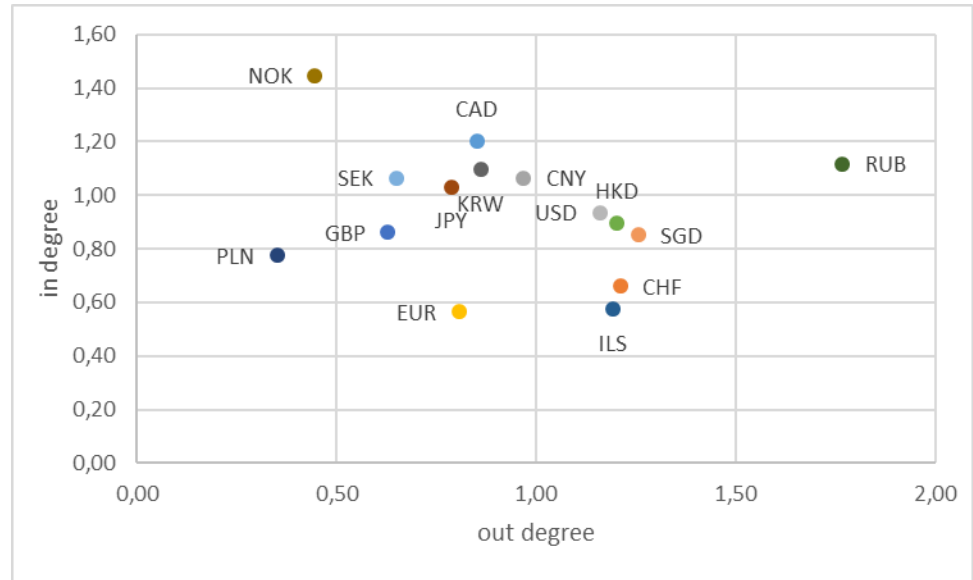
***/**/* istotność na poz. 0,01/0,05/0,1;

czerwone wartości dla wierzchołków najbardziej „wpływowych”,

zielone wartości dla wierzchołków najbardziej „podatnych na wpływ”.

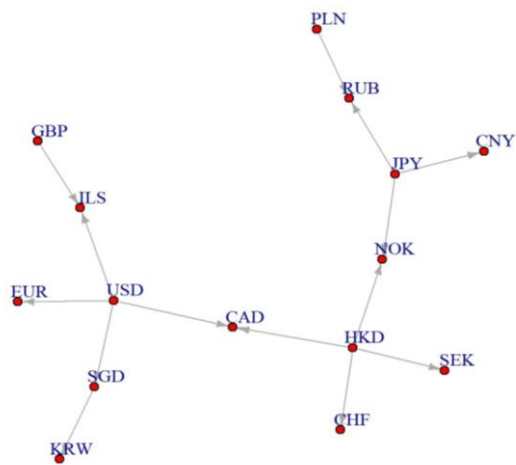
Głst – wejściowe i wyjściowe stopnie wierzchołków – c.d.

Average in/out degree		
	out	in
CAD	0,85	1,20
CHF	1,21	0,66
CNY	0,97	1,06
EUR	0,81	0,56
GBP	0,63	0,86
HKD	1,20	0,89
ILS	1,19	0,57
JPY	0,79	1,03
KRW	0,86	1,10
NOK	0,45	1,45
PLN	0,35	0,78
RUB	1,77	1,12
SEK	0,65	1,06
SGD	1,26	0,85
USD	1,16	0,94

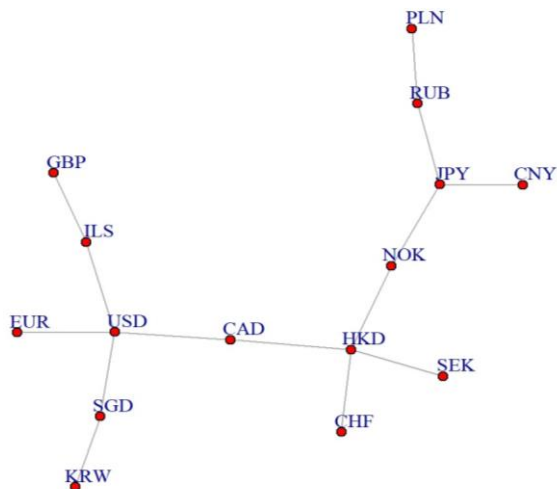


MST dla grafów nieskierowanych

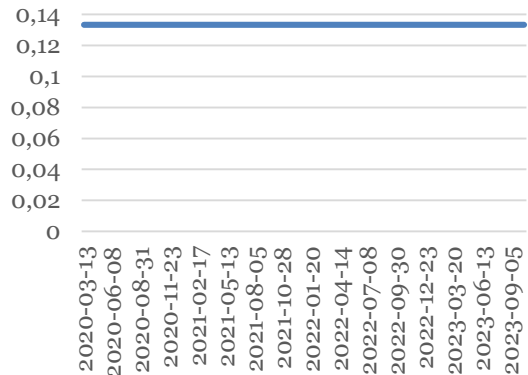
Network MST



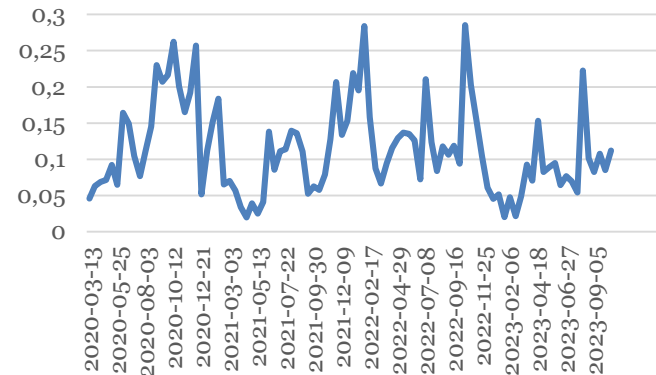
Network MSTud



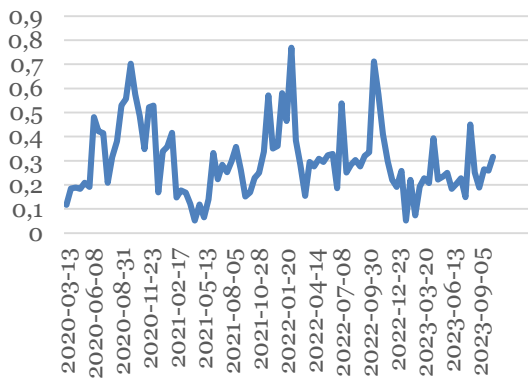
density_MSTud



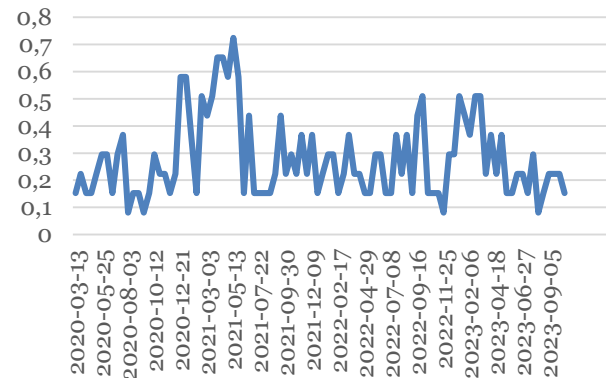
mean_distance_MSTud



diameter_MSTud



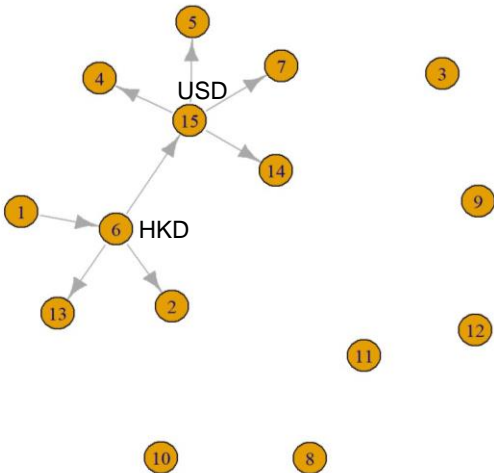
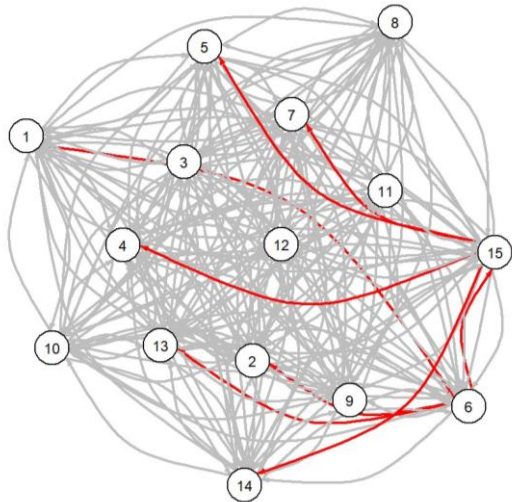
centr_degree_MSTud



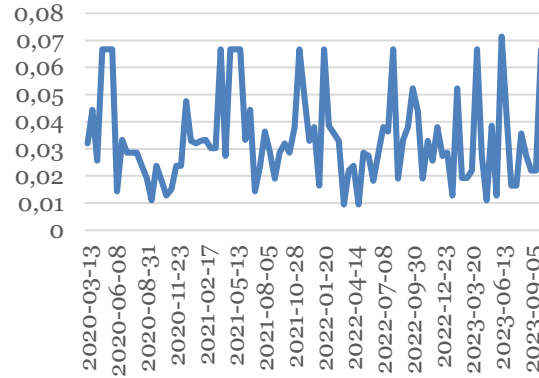
Correlation coef.	density_Glst	mean_distance_Glst	diameter_Glst	centr_degree_Glst
density_MSTud	0,00	0,00	0,00	0,00
mean_distance_mstud	-0,80	-0,36	-0,41	-0,71
diameter_mstud	-0,71	-0,36	-0,42	-0,64
centr_degree_mstud	0,32	-0,09	-0,07	0,78

MSA dla grafów skierowanych

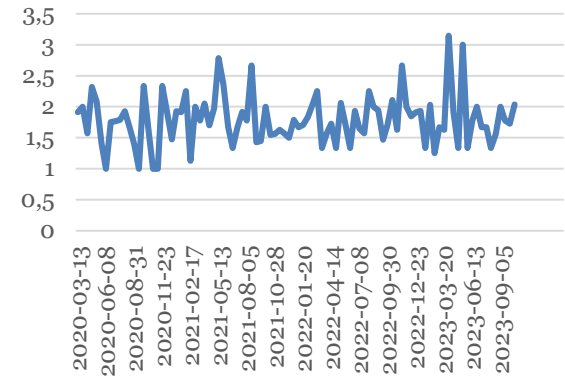
Minimum Cost Spanning Arborescence



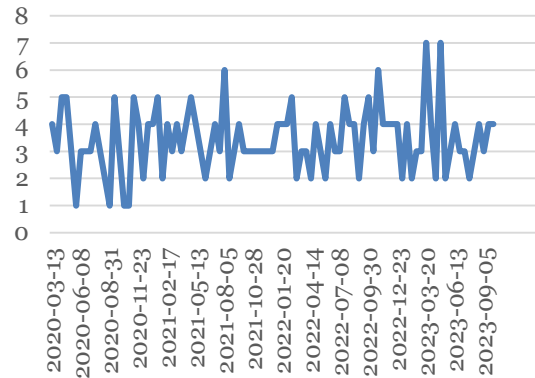
density_MSA



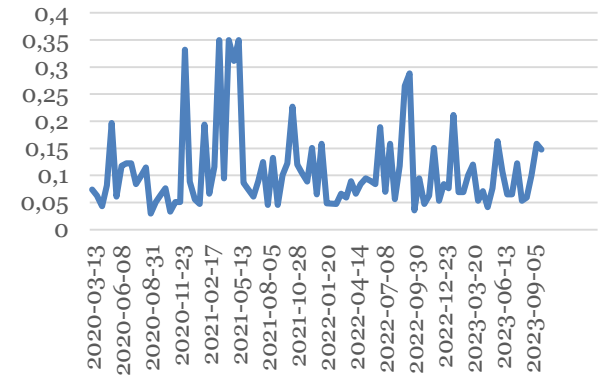
mean_distance_MSA



diameter_MSA



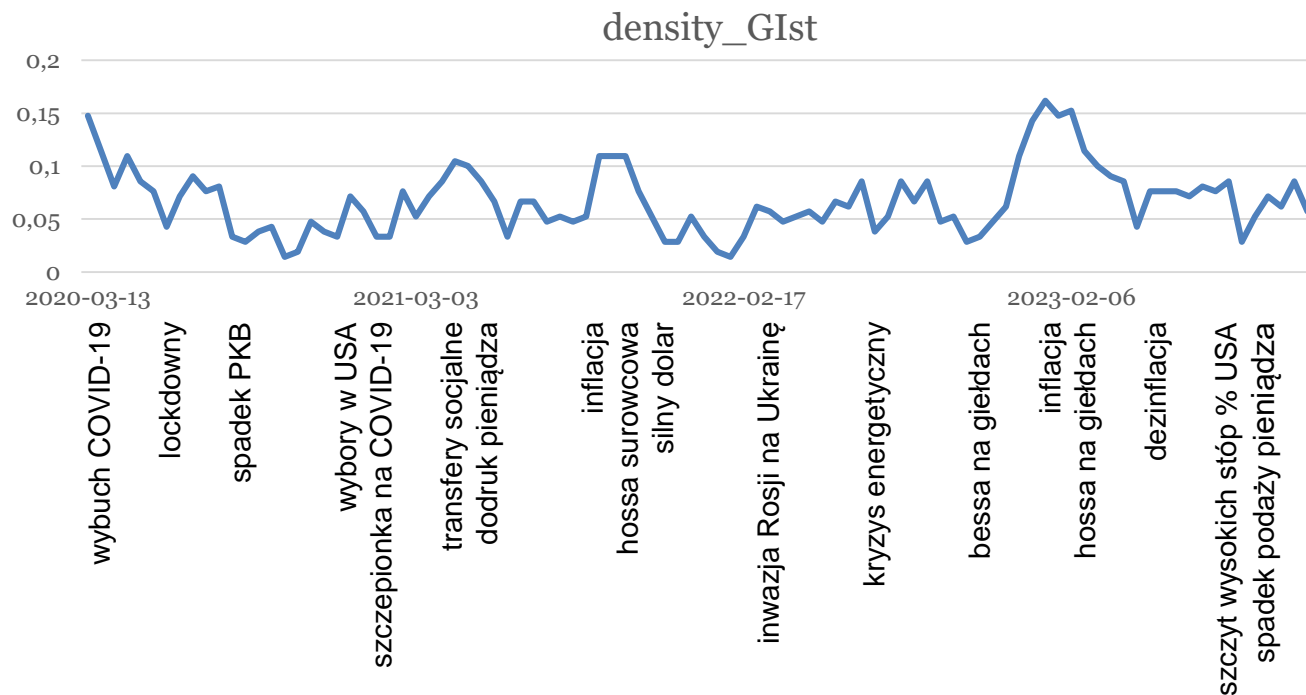
centr_degree_MSA



Correlation Coef.	density_Glst	mean_distance_Glst	diameter_Glst	centr_degree_Glst
density_MSA	0,14	0,15	0,16	0,28
mean_distance_MSA	0,12	0,39	0,38	0,10
diameter_MSA	0,12	0,38	0,37	0,02
centr_degree_MSA	0,14	-0,13	-0,09	0,53

PODSUMOWANIE

- Celem badania było wykorzystanie koncepcji **przyczynowości Grangera** do zbadania dynamicznej propagacji szoków w systemie walutowym. Podejście umożliwiło uwzględnienie siły powiązań pomiędzy walutami i kierunkowość tych relacji.
- Przedstawiono **sieci topologiczne** budowane dla **15 walut** na podstawie szeregów stóp zwrotu dla kursów wymiany tych walut względem NZD. Sieci tworzą na różne sposoby: GP, GIst, MST, MSA, stosując technikę *rolling windows*. Charakterystyki 396 grafów poddano analizie.



- Wyniki analizy GIst oraz MSA są podobne.
- Powiązania pomiędzy walutami w badanym okresie były bardzo dynamiczne i zmieniały się w czasie w zależności od warunków rynkowych i politycznych. W okresach niepewności gęstość grafów maleje, przy ekspansywnej polityce monetarnej rośnie.

Dziękuję za uwagę!