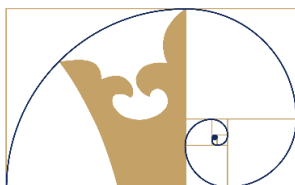


# ŚWIADOMOŚĆ ZNACZENIA STOSOWANIA STATYSTYKI MATEMATYCZNEJ W ŻYCIU CODZIENNYM WŚRÓD MŁODZIEŻY W WIEKU 17-21 LAT

KAROLINA MROCYŃSKA



INSTYTUT MATEMATYKI



UNIwersytet KAZIMIERZA WIELKIEGO  
W BYDGOSZCZY

## IV Kongres Statystyki Polskiej

2-4 lipca 2024 r., Warszawa



# Abstrakt

---

**Cel:** analiza zagadnień statystycznych występujących w szkolnych programach nauczania i arkuszach egzaminacyjnych oraz doświadczeń nauczycieli uczących statystyki matematycznej.

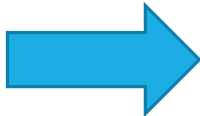
**Narzędzia badawcze:** wywiad (i ankieta ), których wyniki pozwoliły określić zakres i stopień rozumienia zagadnień statystycznych ze szczególnym naciskiem na ich odniesienie do życia codziennego oraz ich wpływ na kształtowanie przekonań i podejmowanie decyzji przez młodzież w wieku 17-21 lat.

## Dlaczego?

1. Statystyka matematyczna jest ważną dziedziną nauki i techniki, a wykorzystanie statystyki jako klucza do podejmowania decyzji jest cechą współczesnej nauki i zarządzania.
2. Szkoła jest pierwszym środowiskiem, gdzie teoretycznie i praktycznie można kształtować świadomość znaczenia statystyki we współczesnym świecie.

# Plan

---

1. Statystyka matematyczna w podstawie programowej
  2. Przykładowe zadania egzaminacyjne ze statystyki matematycznej
- 
- WNIOSKI**

1. Problem badawczy: **Ocena poziomu świadomości znaczenia stosowania statystyki matematycznej w życiu codziennym wśród młodzieży w wieku 17-21 lat**

2. Metoda ilościowa: ankieta przeprowadzona wśród uczniów

(badanie w trakcie analizy – V Kongres Statystyki Polskiej 😊)

1. Metoda jakościowa: wywiady z nauczycielami
- 
- WNIOSKI**

# Statystyka matematyczna w podstawie programowej z matematyki

---

„Wiedza o właściwościach obiektów matematycznych pozwala na swobodne operowanie nimi i stosowanie obiektów matematycznych do opisu bądź modelowania zjawisk obserwowanych w rzeczywistości. Właściwości matematyczne modeli przekładają się często na konkretne własności obiektów rzeczywistych.” (preambuła PP)

**Szkoła Podstawowa:** XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

# Statystyka matematyczna w podstawie programowej z matematyki

---

**Szkoła Ponadpodstawowa: Liceum ogólnokształcące 4-letnie i technikum 5-letnie:**

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i **statystyka**.

**Zakres podstawowy.** Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;
- 2) stosuje skalę centylową;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
- 4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych, interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
- 5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

**Zakres rozszerzony.** Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;
- 2) stosuje schemat Bernoulliego.

# Statystyka matematyczna w podstawie programowej z matematyki

---

**Szkoła Ponadpodstawowa:**

**Szkoła branżowa I stopnia:** XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach;
- 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną oraz znajduje medianę i dominantę;
- 3) stosuje skalę centylową.

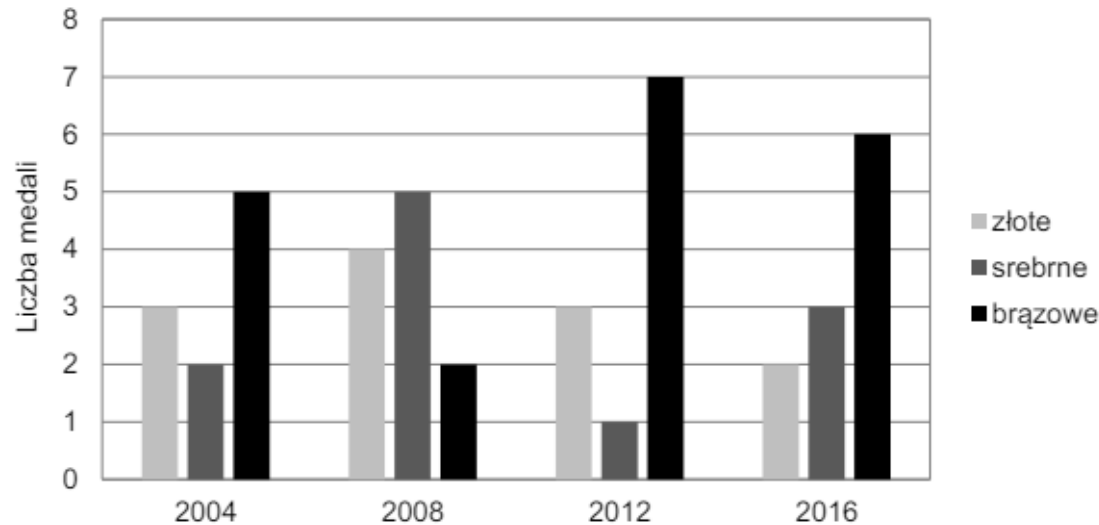
**Szkoła branżowa II stopnia:** XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;
- 2) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych, interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
- 3) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

# Zadania egzaminacyjne

## Zadanie 1. (0–1)

Na diagramie słupkowym przedstawiono liczby medali zdobytych na czterech letnich igrzyskach olimpijskich przez reprezentację Polski.



Oceń prawdziwość podanych zdań, dotyczących medali zdobytych przez reprezentację Polski podczas letnich igrzysk olimpijskich w latach 2004–2016. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba zdobytych złotych medali stanowi więcej niż jedną trzecią liczby wszystkich zdobytych medali.	P	F
Podczas letnich igrzysk olimpijskich średnio zdobywano 3 złote medale.	P	F

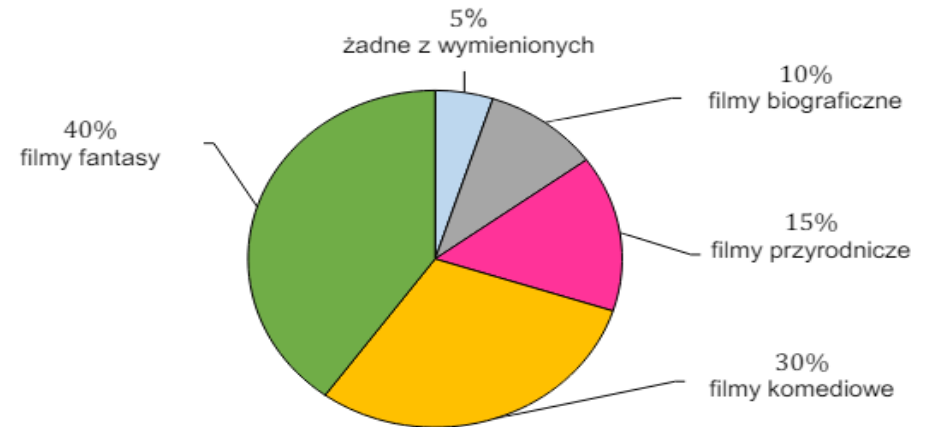
## Zadanie 1. (0–1)

Wśród uczniów klas ósmych przeprowadzono ankietę. Jedno z pytań tej ankiety zamieszczono poniżej.

Jakie filmy oglądasz najchętniej?  
Zaznacz tylko jedną odpowiedź.

- biograficzne
- fantasy
- komediowe
- przyrodnicze
- żadne z wymienionych

Każdy z uczniów wypełniających ankietę zaznaczył tylko jedną odpowiedź. Cztero spośród ankietowanych zaznaczyło odpowiedź *żadne z wymienionych*. Procentowy rozkład udzielonych odpowiedzi uczniów przedstawiono na poniższym diagramie.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W ankiecie wzięło udział 80 uczniów.	P	F
Filmy fantasy wybrało o 20 uczniów więcej niż uczniów, którzy wybrali filmy przyrodnicze.	P	F



# Zadania egzaminacyjne

## Zadanie 10. (0–1)

Ala kupiła trzy zeszyty i blok rysunkowy. Średnia arytmetyczna cen tych czterech artykułów była równa 6 zł. Zeszyty kosztowały łącznie 15 zł.

Ile kosztował blok rysunkowy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 4 zł

B. 5 zł

C. 8 zł

D. 9 zł

## Zadanie 7. (0–1)

W pewnej firmie zatrudnionych jest więcej niż 10 pracowników. Połowa z nich zarabia po 3000 zł, a druga połowa – po 4000 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna zarobków w tej firmie jest równa 3500 zł.	P	F
Gdy z pracy w tej firmie zrezygnują dwie osoby, z których jedna zarabia 3000 zł, a druga 4000 zł, to średnia arytmetyczna zarobków się nie zmienia.	P	F



## wnioski

tendencja spadkowa co do liczby zadań na egzaminie

zadania coraz łatwiejsze

odniesienie do aktualnej rzeczywistości treści zadań



# Zadania egzaminacyjne

**Zadanie 29.** (0-1) Odchylenie standardowe zestawu trzech liczb: 22, 25, 28 wynosi

- A.  $\sqrt{6}$       B. 3      C. 5      D. 6

**Zadanie 30.** (0-1) Do zestawu danych liczbowych 21, 22, 24, 25 dołożono liczbę 23. Dla powstałego zestawu liczb

- A. średnia arytmetyczna zwiększyła się  
B. mediana zmniejszyła się  
C. odchylenie standardowe zwiększyło się  
D. odchylenie standardowe zmniejszyło się

**Zadanie 31.** (0-1) Biuro rachunkowe zatrudnia 4 księgowych, których pensje są różne i wynoszą pomiędzy 25 000 zł, a 30 000 złotych oraz jednego księgowego, który pracuje jedynie w okresie rozliczeń podatkowych i zarabia 5 000 zł. Biuro zdecydowało się zrezygnować z usług dodatkowego księgowego i pozostawić bez zmian pensje pozostałych księgowych. Rezygnacja z dodatkowego księgowego spowoduje, że

- A. średnia wynagrodzeń wzrośnie, a mediana zmaleje  
B. mediana wynagrodzeń wzrośnie, a średnia zmaleje  
C. zarówno średnia, jak i mediana zwiększą się, lecz mediana o więcej  
D. zarówno średnia, jak i mediana zwiększą się, lecz średnia o więcej

**Zadanie 32.** (0-1) Pewna szkoła zatrudnia pięciu nauczycieli matematyki, którzy zarabiają od 5000 zł do 7000 zł miesięcznie. Jeden z tych nauczycieli zdecydował się na pracę na pół etatu, co spowoduje obniżkę jego pensji z 5 000 zł do 2 500 złotych. Decyzja nauczyciela spowoduje, że

- A. średnia pensji tych nauczycieli zmniejszy się, a mediana wzrośnie  
B. średnia pensja tych nauczycieli pozostanie bez zmian, a mediana się zmniejszy  
C. średnia pensja tych nauczycieli zmniejszy się, a mediana pozostanie bez zmian  
D. średnia pensja, jak i mediana tych nauczycieli zmniejszą się

**Zadanie 22.** (0-1) Średnia arytmetyczna zestawu danych:  $x$ , 2, 6, 7, 9, 11 jest równa 8. Mediana tego zestawu danych jest równa

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 13

**Zadanie 23.** (0-1) Jeśli dominanta zestawu liczb 0, 1,  $x$ , 2,  $y$ , 5, 9, 11 wynosi 1, mediana 2,5, to średnia arytmetyczna tego zestawu wynosi

- A. 3      B. 4      C. 6,5      D. 7

**Zadanie 24.** (0-1) W pewnej grupie osób kobiet jest dwa razy więcej niż mężczyzn. Średni wzrost kobiet wynosi 168 cm, a średni wzrost mężczyzn 180 cm. Średni wzrost tej grupy osób wynosi

- A. 171 cm      B. 172 cm      C. 174 cm      D. 176 cm

**Zadanie 25.** (0-1) Mediana zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych jest równa

- A. 45,5      B. 50      C. 50,5      D. 54,5

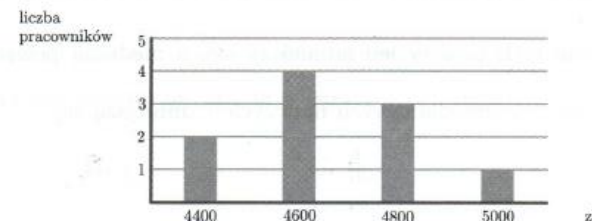
**Zadanie 26.** (0-1) Jeśli do zestawu czterech danych 3, 4, 5,  $x$  dołączymy liczbę 6, to średnia arytmetyczna zmaleje o 1. Zatem

- A.  $x = -8$       B.  $x = 2$       C.  $x = 8$       D.  $x = 32$

**Zadanie 27.** (0-1) Do zestawu liczb 2, 5, 7, 9, 17 dodano jedną liczbę taką, że średnia arytmetyczna nie uległa zmianie. Mediana powstałego w ten sposób zestawu liczb wynosi

- A. 7      B. 7,5      C. 8      D. 9

**Zadanie 28.** (0-1) Na diagramie przedstawiono wysokości pensji pracowników pewnego sklepu.



Mediana pensji pracowników tego sklepu jest równa

- A. 4600 zł      B. 4650 zł      C. 4660 zł      D. 4700 zł

# Zadania egzaminacyjne

## Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna trzech liczb:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , jest równa 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna sześciu liczb:  $a$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $c$ , jest równa

A. 9

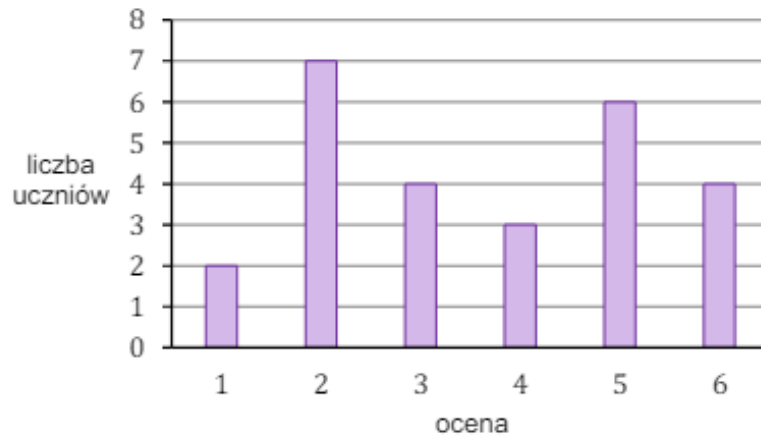
B. 6

C. 4,5

D. 18

## Zadanie 29. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

A. 4,5

B. 4

C. 3,5

D. 3



## wnioski

statystyka matematyczna w ostatniej klasie mimo, że pewne definicje pojawią się wcześniej na innych przedmiotach;

„przeskok” w wiedzy w porównaniu ze szkołą podstawową, ale wciąż „daleko” do programu matury IB;

podejście teoretyczne, bez odniesienia do aktualnej rzeczywistości;

zaleca się nauczanie rozkładu normalnego,

olimpiada statystyczna dla maturzystów?

# Tablice maturalne

- Średnia arytmetyczna

Średnia arytmetyczna  $\bar{a}$  z liczb  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest równa:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

- Średnia geometryczna

Średnia geometryczna  $\bar{g}$  z liczb nieujemnych  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest równa:

$$\bar{g} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

- Średnia kwadratowa

Średnia kwadratowa  $\bar{k}$  z liczb  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest równa:

$$\bar{k} = \sqrt{\frac{(a_1)^2 + (a_2)^2 + \dots + (a_n)^2}{n}}$$

- Nierówności między średnimi liczbowymi

Niech  $a_1, a_2, \dots, a_n$  będą liczbami nieujemnymi. Wtedy (przy powyższych oznaczeniach) prawdziwe są nierówności:

$$\bar{k} \geq \bar{a} \geq \bar{g}$$

Ponadto równość pomiędzy tymi średnimi liczbowymi zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ .

- Średnia ważona

Średnia ważona  $\bar{s}$  z liczb  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , którym przypisano dodatnie wagi – odpowiednio:  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , jest równa:

$$\bar{s} = \frac{w_1 \cdot a_1 + w_2 \cdot a_2 + \dots + w_n \cdot a_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

- Mediana

Medianą uporządkowanego w kolejności niemalejącej zbioru  $n$  danych liczbowych  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest:

– dla  $n$  nieparzystych:  $a_{\frac{n+1}{2}}$  (środkowy wyraz ciągu)

– dla  $n$  parzystych:  $\frac{1}{2} \cdot (a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1})$  (średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów ciągu)

- Wariancja i odchylenie standardowe

Wariancja  $\sigma^2$  danych liczbowych  $a_1, a_2, \dots, a_n$  o średniej arytmetycznej  $\bar{a}$  jest równa:

$$\sigma^2 = \frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + \dots + (a_n - \bar{a})^2}{n}$$

Prawdziwa jest też równość:

$$\sigma^2 = \frac{(a_1)^2 + (a_2)^2 + \dots + (a_n)^2}{n} - (\bar{a})^2$$

Odchylenie standardowe  $\sigma$  jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + \dots + (a_n - \bar{a})^2}{n}}$$

# **Problem badawczy: Ocena poziomu świadomości znaczenia stosowania statystyki matematycznej w życiu codziennym wśród młodzieży w wieku 17-21 lat**

---

## **1. Ankieta (metoda ilościowa):**

103 osoby (liceum klasa 4 PR profil MI, klasa 4 PP – profil BM, klasa 4 PR – profil PT) + 23 osoby (studenci)

charakterystyka szkoły: miasto 350 tyś. na 4 miejscu w rankingu szkół województwa, około 50% młodzieży okolice miasta

studenci: kierunek matematyka, edukacja wczesnoszkolna i przedszkolna (badanie w trakcie)

## **2. Wywiad (metoda jakościowa):**

nauczyciele (SP 2 osoby, LO 3 osoby , Akademicy 2 osoby)

# Wywiady z nauczycielami

---

1. Jak oceniasz poziom nauczania statystyki matematycznej?
2. Które zagadnienia statystyki matematycznej są dla uczniów łatwe, a które trudne do zrozumienia i interpretacji?
3. Czy uczniowie często korzystają z danych statystycznych podejmując decyzję, wyrażając swoją opinię, argumentując?
4. Czy Olimpiada Statystyczna jest/była znana Twoim uczniom i jak ja oceniasz?
5. Co byś zmienił/a w nauczaniu statystyki matematycznej w szkołach/na studiach?

# Analiza

---

## 1. Jak oceniasz poziom nauczania statystyki matematycznej?

„statystyka matematyczna jest lubiana przez uczniów SP, chociaż jej zagadnienia są proste na egzaminie, to zawsze można rozszerzyć jej poziom, jest na to dobry czas po egzaminie”

„oprócz średniej arytmetycznej i analizy diagramów nie ma nic innego, jest to łatwe dla uczniów”

„statystyka matematyczna jest zdecydowanie za późno”

„statystyka to ostatni lub przedostatni dział, często w pośpiechu omawiany, chociaż uczniowie chętnie liczą zadania”

„średni, brakuje czasu”

„to zależy od grupy, często wyniku matury z matematyki”

„statystyka budzi strach u studentów, poziom zróżnicowany, jest zdecydowanie za mało godzin, bo zadania ze statystyki matematycznej są pracochłonne”



# Analiza

---

## 2. Które zagadnienia statystyki matematycznej są dla uczniów łatwe, a które trudne do zrozumienia i interpretacji?

„statystyka matematyczna jest lubiana przez uczniów SP, średnia arytmetyczna i ważona jest oczywista, ale bardzo często popełniają błędy w określeniu liczebności grupy czy zbioru”

„odczytywanie z diagramów jest łatwe, zadania ze średnią arytmetyczną, gdzie trzeba ułożyć równanie trudne, ale to wynika też z trudności w układaniu równań”

„uczniowie mechanicznie liczą parametry statystyczne, korzystają z tablic nie zastanawiając się nad ich interpretacją”

„łatwe, gdy wystarczy podstawić do wzoru, trudne gdy trzeba wnioskować”

„średnia, mediana, dominanta... gubią się w odchyleniu standardowym, bo trzeba dobrze rachować”

„proste pojęcia zapamiętane ze szkoły średniej, trudne jest wnioskowanie, a przede wszystkim właściwy wybór testu, pilnowanie założeń”

„łatwe, gdy student sam przeanalizuje problem, rozumie zagadnienie, trudne, gdy nie ma czasu na naukę”



# Analiza

---

## 3. Czy uczniowie często korzystają z danych statystycznych podejmując decyzję, wyrażając swoją opinię, argumentując?

„często korzystają, mówią: statystyki mówią, że ...”

„zdecydowanie tak”

„tak, jeśli mogą się pomóc im się podjąć decyzje”

„tak, ale nie sprawdzają, skąd pochodzą te dane”

„tak, szczególnie Ci co nie przepadają za matematyką”

„tak, ale często bezmyślnie, nie sprawdzając źródła danych, liczebności grupy itp.”

„trudno co ocenić, nie zastanawiałem się nad tym”

# Analiza

---

## 4. Czy Olimpiada Statystyczna jest/była znana Twoim uczniom i jak ja oceniasz?

T,N,T,T,T,N,T

Konkurs dla każdego kto jest pracowity i wytrwały, lubi choć trochę matematykę.

Konkurs ten zmienia podejście do matematyki, pokazuje zastosowania, odnosi się do współczesnego człowieka

## 5. Co byś zmienił/a w nauczaniu statystyki matematycznej w szkołach/na studiach?

Więcej statystyki w szkole podstawowej, w szkole średniej zdecydowanie wcześniej, więcej godzin na ten przedmiot

# Wnioski końcowe

1. Statystyka matematyczna jest ważną dziedziną nauki i techniki, a wykorzystanie statystyki jako klucza do podejmowania decyzji jest cechą współczesnej nauki i zarządzania -

*dlatego, należy zwrócić uwagę na świadome i rozumne jej stosowanie, co będzie miało przełożenie na słuszne decyzje*

2. Szkoła jest pierwszym środowiskiem, gdzie teoretycznie i praktycznie można kształtować świadomość znaczenia statystyki we współczesnym świecie -

*dlatego, należy zadbać o to, aby nie była ona zagadnieniem dodatkowym na lekcjach matematyki. Już w szkole podstawowej można poziom podwyższyć np. ucząc o różnych rodzajach średnich.*

3. Czas na **transformację cyfrową** w nauczaniu statystyki matematycznej w szkołach